

Федеральное государственное образовательное бюджетное
учреждение высшего образования
**«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ
ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**
(Финансовый университет)

**Кафедра искусственного интеллекта
Факультета информационных технологий и анализа больших данных**

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной
и методической работе

_____ Е.А. Каменева

28.01.2025 г.

Кочкаров А.А., Кочкаров Р.А.

Технологии и алгоритмы анализа сетевых моделей

Рабочая программа дисциплины

для студентов, обучающихся по направлению подготовки:
01.03.02 – Прикладная математика и информатика,
ОП «Прикладное машинное обучение»

*Рекомендовано Ученым советом
Факультета информационных технологий и анализа больших данных
(протокол № 51 от 21.01.2025 г.)*

*Одобрено заседанием Кафедры искусственного интеллекта
(протокол № 6 от 16.01.2025 г.)*

Москва 2025

Содержание

1. Наименование дисциплины	2
2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине.....	2
3. Место дисциплины в структуре образовательной программы	3
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся	3
5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий.....	3
5.1. Содержание дисциплины.....	3
5.2. Учебно-тематический план	6
5.3. Содержание практических и семинарских занятий	7
6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.....	11
6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы	11
6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю.....	12
7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.....	19
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	23
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения литературы.....	25
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....	23
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем	27
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине	28

1. Наименование дисциплины

«Технологии и алгоритмы анализа сетевых моделей».

2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции
ПКП-2	Способность выполнять анализ качества данных, выявлять и корректировать отклонения в данных и выполнять визуализацию данных	1. Демонстрирует знание методов анализа качества данных для различных типов значений.	Знать модели сложных сетевых систем большой размерности Уметь использовать классические и современные характеристики больших графов при анализе сетевых моделей и решении прикладных задач на больших динамических графах
		2. Владеет методами нормализации данных, в том числе работы с пропусками и выбросами.	Знать модели и методы машинного и глубокого обучения в приложении к решению задач на больших графах Уметь использовать технологические возможности современного прикладного программного обеспечения при анализе и исследованиях сетевых систем большой размерности
		3. Владеет современным инструментарием и практическими навыками визуализации данных.	Знать основные библиотеки подходы по визуализации графов большой размерности Уметь демонстрировать применение основных библиотек по визуализации графов большой размерности при визуализации решений оптимизационных задач

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Технологии и алгоритмы анализа сетевых моделей» относится к Циклу профиля (элективный) по направлению подготовки 01.03.02 – Прикладная математика и информатика, ОП «Прикладное машинное обучение».

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з/е и часах)	Семестр 7 (в часах)
Общая трудоемкость дисциплины	3/108	108
<i>Контактная работа-Аудиторные занятия</i>	<i>50</i>	<i>50</i>
<i>Лекции</i>	<i>16</i>	<i>16</i>
<i>Семинары, практические занятия</i>	<i>34</i>	<i>34</i>
Самостоятельная работа	58	58
Вид текущего контроля	Контрольная работа	Контрольная работа
Вид промежуточной аттестации	Зачет	Зачет

5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий

5.1. Содержание дисциплины

Тема 1. Основы прикладной теории графов

Определение графа. Вершины и ребра графа. Графическое представление графа. Ориентированные графы. Путь, цепь и цикл на графе. Связные графы. Эйлеровы цепь и цикл. Задача о кенигсбергских мостах. Матрицы смежности и инцидентности. Дерево. Остовное дерево графа.

Метрические и топологические характеристики графов. Эксцентриситет, радиус, и диаметр графа. Плоские и планарные графы. Формула Эйлера.

Тема 2. Сетевые системы. Основные подходы к их моделированию.

Сетевые модели

Понятие сетевой системы и сетевой модели. Модели клеточных автоматов. Перколяционные модели. Модели случайных и эволюционных графов.

Тема 3. Сетевые системы большой размерности

Анализ интенсивных и больших потоков данных. Динамические графы и графы большой размерности.

Тема 4. Оптимизационные задачи на графах

Алгоритмы поиска остовного дерева минимального веса. Покрытия графов. Алгоритм Дейкстры поиска кратчайшего пути между двумя вершинами. Модифицированный алгоритм Дейкстры (алгоритм Форда). Наилучшая стратегия размещения капитала как задача о кратчайшем пути. Алгоритмы Флойда и Данцига поиска всех кратчайших путей на графе.

Потоковые алгоритмы. Задача о максимальном потоке в сети. Алгоритм Форда-Фалкерсона. Решение задачи о поиске потока минимальной стоимости. Задача о почтальоне для ориентированного и неориентированного графов. Задача о коммивояжере. Гамильтонов контур. Оптимальный гамильтонов контур. Методы решения задачи о коммивояжере.

Задачи о покрытиях на графах. Общая постановка многокритериальной задачи дискретной оптимизации. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач дискретной оптимизации. Сведение задач комбинаторной оптимизации к задачам линейного программирования.

Тема 5. Асимптотический и вероятностный анализ алгоритмов

Трудоемкость алгоритмов. Алгоритмы с полиномиальной и экспоненциальной трудоемкостью. NP-трудные и NP-полные задачи комбинаторной оптимизации.

Тема 6. Балансовые и функциональные графы

Знаковые графы и теория структурного баланса. Применение взвешенных орграфов и импульсных процессов для моделирования сложных систем. Когнитивные карты.

Тема 7. Моделирование транспортно-логистических систем

Транспортно-логистические системы большой размерности. Сетевое представление транспортной задачи. Многопродуктовые сети и их анализ.

Тема 8. Моделирование социальных сетей и сетей взаимодействия

Модели влияния. Моделирование социальных сетей. Малые миры и безмасштабные сети. Гипотеза «семи рукопожатий». Модели информационного влияния. Модель информационной конкуренции.

Тема 9. Алгоритмы и технологии анализа криптовалютных платежных систем

Понятия систем с распределенным реестром. Система блокчейн. Возникновение криптовалют. Сетевые модели криптовалютных платежных систем. Элементы анализа криптовалютной платежной системы Биткойн.

Тема 10. Сетевые модели банковского взаимодействия и фондового рынка.

Дискретные модели финансовых систем и криптовалютных платежных систем. Граф фондового рынка. Теоретико-графовый подход к формированию оптимального портфеля ценных бумаг. Модель взаимодействия в межбанковской сети.

Тема 11. Структурные характеристики крупномасштабных сетевых систем.

Метрики сетевого анализа: распределения степеней вершин, центральность по близости, центральность по посредничеству, коэффициент кластеризации, коэффициент ассортативности, концентрация связей и индекс Херфиндаля. Элементы анализа глобальной торговой сети.

Тема 12. Визуализация сетей и графов большой размерности

Проблема визуализации сетей. Критерии эффективности визуализации. Выразительные возможности при визуализации, интерактивная визуализация и визуализация фрагментов сети. Потребности в визуализации атрибутов элементов сети.

Тема 13. Сетевые модели инфраструктурных проектов

Модели взаимодействия участников институтов производственных технологий. Сетевые модели Индустрии 4.0.

Тема 14. Сетевые модели сложных технических систем

Многоагентные системы. Модели искусственной жизни. Управление многопроцессорными системами. Модели взаимодействия в группах роботизированных систем. Сенсорные системы мониторинга. Адаптивные сети связи.

5.2. Учебно-тематический план

№ п/п	Наименование тем (разделов) дисциплины	Трудоемкость в часах					Формы текущего контроля успеваемости
		Все го	*Контактная работа - Аудиторная работа			Самостоя -тельная работа	
			Общая, в т.ч.:	Лекции	Семинары, практические занятия		
1	Основы прикладной теории графов	12	6	2	4	6	Самостоятельные работы. Участие в решении задач на практических занятиях. Собеседования по домашним заданиям.
2	Сетевые системы. Основные подходы к их моделированию. Сетевые модели.	13	6	2	4	7	
3	Сетевые системы большой размерности	6	3	1	2	3	
4	Оптимизационные задачи на графах	11	5	1	4	6	Самостоятельные работы. Участие в решении задач на практических занятиях. Собеседования по домашним заданиям.
5	Асимптотический и вероятностный анализ алгоритмов	7	3	1	2	4	
6	Балансовые и функциональные графы	6	3	1	2	3	
7	Моделирование транспортно-	6	3	1	2	3	

	логистических систем						Самостоятельные работы. Участие в решении задач на практических занятиях. Собеседования по домашним заданиям.
8	Моделирование социальных сетей и сетей взаимодействия	6	3	1	2	3	
9	Алгоритмы и технологии анализа криптовалютных платежных систем	6	3	1	2	3	
10	Сетевые модели банковского взаимодействия и фондового рынка	7	3	1	2	4	
11	Структурные характеристики крупномасштабных сетевых систем	7	3	1	2	4	
12	Визуализация сетей и графов большой размерности	7	3	1	2	4	
13	Сетевые модели инфраструктурных проектов	7	3	1	2	4	
14	Сетевые модели сложных технических систем	7	3	1	2	4	Самостоятельные работы. Участие в решении задач на практических занятиях. Собеседования по домашним заданиям.
	В целом по дисциплине	108	50	16	34	58	
	Итогов %		46	32	68	54	

* объем контактной работы в очно-заочной/заочной формах обучения и индивидуальных учебных планах определяется соответствующими учебными планами. Темы, реализуемые в виде контактной работы, определяются преподавателем самостоятельно, исходя из уровня их сложности.

5.3. Содержание практических и семинарских занятий

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарских, практических занятиях, рекомендуемые источники из разделов 8,9	Формы проведения занятий
Тема 1. Основы прикладной теории графов	1. Определение графа. Вершины и ребра графа. Графическое представление графа. Ориентированные графы. Путь, цепь и цикл на графе. Связные графы. Эйлеровы цепь и цикл. Задача о кенигсбергских мостах. Матрицы смежности и инцидентности. Дерево. Остовное дерево графа.	Интерактивная форма, Практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) и коллективное

	2. Метрические и топологические характеристики графов. Эксцентриситет, радиус, и диаметр графа. Плоские и планарные графы. Формула Эйлера. Рекомендуемые источники: <i>р.8 (1-11)</i>	обсуждение решений
Тема 2. Сетевые системы. Основные подходы к их моделированию. Сетевые модели.	1. Понятие сетевой системы и сетевой модели. 2. Модели клеточных автоматов. 3. Перколяционные модели. 4. Модели случайных и эволюционных графов. Рекомендуемые источники: <i>р.8 (1-11)</i>	Интерактивная форма, Практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) и коллективное обсуждение решений
Тема 3. Сетевые системы большой размерности	1. Анализ интенсивных и больших потоков данных. 2. Динамические графы и графы большой размерности. Рекомендуемые источники: <i>р.8 (1-11)</i>	Интерактивная форма, Практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) и коллективное обсуждение решений
Тема 4. Оптимизационные задачи на графах	1. Алгоритмы поиска остовного дерева минимального веса. Покрытия графов. Алгоритм Дейкстры поиска кратчайшего пути между двумя вершинами. Модифицированный алгоритм Дейкстры (алгоритм Форда). Наилучшая стратегия размещения капитала как задача о кратчайшем пути. Алгоритмы Флойда и Данцига поиска всех кратчайших путей на графе. 2. Поточковые алгоритмы. Задача о максимальном потоке в сети. Алгоритм Форда-Фалкерсона. Решение задачи о поиске потока минимальной стоимости. Задача о почтальоне для ориентированного и неориентированного графов. Задача о коммивояжере. Гамильтонов контур. Оптимальный гамильтонов контур. Методы решения задачи о коммивояжере. 3. Задачи о покрытиях на графах. Общая постановка многокритериальной задачи дискретной оптимизации. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач дискретной оптимизации. Сведение задач комбинаторной оптимизации к задачам линейного программирования. Рекомендуемые источники: <i>р.8 (1-11)</i>	Интерактивная форма, Практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) и коллективное обсуждение решений

Тема 5. Асимптотический и вероятностный анализ алгоритмов	Трудоёмкость алгоритмов. Алгоритмы с полиномиальной и экспоненциальной трудоёмкостью. NP-трудные и NP-полные задачи комбинаторной оптимизации. <i>Рекомендуемые источники: р.8 (1-11)</i>	Интерактивная форма, Практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) и коллективное обсуждение решений
Тема 6. Балансовые и функциональные графы	Знаковые графы и теория структурного баланса. Применение взвешенных орграфов и импульсных процессов для моделирования сложных систем. Когнитивные карты. <i>Рекомендуемые источники: р.8 (1-11)</i>	Интерактивная форма, Практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) и коллективное обсуждение решений
Тема 7. Моделирование транспортно- логистических систем	Транспортно-логистические системы большой размерности. Сетевое представление транспортной задачи. Многопродуктовые сети и их анализ. <i>Рекомендуемые источники: р.8 (1-11)</i>	Интерактивная форма, Практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) и коллективное обсуждение решений
Тема 8. Моделирование социальных сетей и сетей взаимодействия	Модели влияния. Моделирование социальных сетей. Малые миры и безмасштабные сети. Гипотеза «семи рукопожатий». Модели информационного влияния. Модель информационной конкуренции. <i>Рекомендуемые источники: р.8 (1-11)</i>	Интерактивная форма, Практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) и коллективное обсуждение решений
Тема 9. Алгоритмы и технологии анализа криптовалютных платежных систем	Понятия систем с распределенным реестром. Система блокчейн. Возникновение криптовалют. Сетевые модели криптовалютных платежных систем. Элементы анализа криптовалютной платежной системы Биткойн. <i>Рекомендуемые источники: р.8 (1-11)</i>	Интерактивная форма, Практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) и коллективное обсуждение решений
Тема 10. Сетевые модели	Дискретные модели финансовых систем и криптовалютных платежных систем. Граф	Интерактивная форма, Практикум

банковского взаимодействия и фондового рынка	фондового рынка. Теоретико-графовый подход к формированию оптимального портфеля ценных бумаг. Модель взаимодействия в межбанковской сети. Рекомендуемые источники: <i>р.8 (1-11)</i>	по решению задач по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) и коллективное обсуждение решений
Тема 11. Структурные характеристики крупномасштабных сетевых систем	Метрики сетевого анализа: распределения степеней вершин, центральность по близости, центральность по посредничеству, коэффициент кластеризации, коэффициент ассортативности, концентрация связей и индекс Херфиндаля. Элементы анализа глобальной торговой сети. Рекомендуемые источники: <i>8.1-8.11</i>	Интерактивная форма, Практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) и коллективное обсуждение решений
Тема 12. Визуализация сетей и графов большой размерности	Проблема визуализации сетей. Критерии эффективности визуализации. Выразительные возможности при визуализации, интерактивная визуализация и визуализация фрагментов сети. Потребности в визуализации атрибутов элементов сети. Рекомендуемые источники: <i>р.8 (1-11)</i>	Интерактивная форма, Практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) и коллективное обсуждение решений
Тема 13. Сетевые модели инфраструктурных проектов	Модели взаимодействия участников институтов производственных технологий. Сетевые модели Индустрии 4.0. Рекомендуемые источники: <i>р.8 (1-11)</i>	Интерактивная форма, Практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) и коллективное обсуждение решений
Тема 14. Сетевые модели сложных технических систем	Многоагентные системы. Модели искусственной жизни. Управление многопроцессорными системами. Модели взаимодействия в группах роботизированных систем. Сенсорные системы мониторинга. Адаптивные сети связи. Рекомендуемые источники: <i>р.8 (1-11)</i>	Интерактивная форма, Практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) и коллективное обсуждение решений

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение	Формы внеаудиторной самостоятельной работы
Тема 1. Основы прикладной теории графов	Графы большой размерности. Динамические графы. Предфрактальные графы. Основные понятия.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Тема 2. Сетевые системы. Основные подходы к их моделированию. Сетевые модели.	Метрические и статистические характеристики динамических графов и графов большой размерности	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Тема 3. Сетевые системы большой размерности	Сетевые системы в биологических, технических, информационных областях. Сетевое взаимодействие в бизнесе.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Тема 4. Оптимизационные задачи на графах	Универсальная задача о размещении предприятий и производственных цепочек.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Тема 5. Асимптотический и вероятностный анализ алгоритмов	Приближенные алгоритмы задач линейного программирования. Основные методы построения приближенных алгоритмов.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Тема 6. Балансовые и функциональные графы	Методы сценарного анализа для изучения состояния и перспектив региональных экономик	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Тема 7. Моделирование транспортно-логистических систем	Ориентированная и неориентированная задача о реберно непересекающихся путях	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Тема 8. Моделирование социальных сетей и сетей взаимодействия	Методы имитационного моделирования информационного влияния и управления в социальных сетях.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.

Тема 9. Алгоритмы и технологии анализа криптовалютных платежных систем	Модели и классификация атак на криптовалютные платежные системы.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Тема 10. Сетевые модели банковского взаимодействия и фондового рынка	ИКТ и современные сервисы в развитии межорганизационного сетевого взаимодействия в финансовой сфере	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Тема 11. Структурные характеристики крупномасштабных сетевых систем	Стохастические методы исследования сетевых иерархических систем.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Тема 12. Визуализация сетей и графов большой размерности	Применение алгоритмов визуализации для исследовательских задач на графах большой размерности	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Тема 13. Сетевые модели инфраструктурных проектов	Применение интернета вещей и цифровых двойников для разработки сетевых моделей инфраструктурных проектов.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Тема 14. Сетевые модели сложных технических систем	Сетевые модели пространственно-распределенных систем мониторинга	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.

6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Примерный вариант контрольной работы

1. Какой наибольший диаметр может быть у графа с n вершинами? Сколько имеется (абстрактных) графов с таким диаметром?
2. Может ли радиус графа в результате добавления одного нового ребра: а) увеличиться; б) уменьшиться; в) остаться прежним?
3. Найдите диаметр и радиус графа $C_3 \times C_5$.
4. Сколько ребер в графе пересечений ребер графа K_n ?
5. Граф пересечений семейства интервалов на прямой называют графом интервалов.

6. Сколько имеется неориентированных графов с n вершинами, в которых допускаются петли?
7. Сколько ребер в графе с n вершинами, если в нем имеется единственный цикл?
8. Перечислите все абстрактные деревья с 6 (7) вершинами.
9. В дереве имеется 40 вершин степени 4, все остальные вершины – листья. Сколько листьев в этом дереве?
10. В дереве имеется ровно три листа a , b , c , причем $d(b, c)=21$, $d(a, b)=37$, $d(a, c)=44$. Сколько всего вершин в этом дереве?
11. Дерево имеет две центральные вершины, а его радиус равен 6. Чему равен диаметр о дерева?
12. Найдите хроматическое число графа $C_4 \times C_7$
13. Для каких из следующих графов алгоритм последовательной раскраски дает точный результат при любом упорядочении вершин: P_3 , P_4 , C_4 , C_6 .
14. Верно ли, что алгоритм последовательной раскраски, примененный к двудольному графу, всегда дает оптимальную раскраску?
15. Найдите хроматический индекс графов C_6 , C_7 , $K_{3,3}$, $K_{4,4}$, K_4 , K_5 .
16. Какие из следующих утверждений верны для любого взвешенного графа?
 - Если в графе имеется единственное ребро наименьшего веса, то оно принадлежит каждому оптимальному каркасу.
 - Если в графе имеются точно два ребра наименьшего веса, то они оба принадлежат каждому оптимальному каркасу.
 - Если в графе имеются точно три ребра наименьшего веса, то все они принадлежат каждому оптимальному каркасу.
 - Каждое ребро минимального веса принадлежит какому-нибудь оптимальному каркасу.
17. Вершины полного графа $K_{p,q}$ размещаются в в целочисленных точках прямоугольника $[1, p] \times [1, q]$. Вес каждого ребра равен евклидовой длине отрезка, соединяющего вершины этого ребра.
 - 1) Чему равен вес оптимального каркаса для этого графа?

- 2) Каков будет вес оптимального каркаса, если из графа удалить все ребра длины 1?
 - 3) Каков будет вес оптимального каркаса, если из графа удалить все p
 - 4) ребра с длинами 1, 2 и $\sqrt{2}$, а $p=q=8$?
 - 5) Каков будет вес оптимального каркаса, если из графа удалить все ребра с длинами 1 и $\sqrt{2}$, а $p=q=8$?
18. Каркасы, построенные для некоторого графа с помощью алгоритмов Прима, Краскала и Дейкстры, имеют соответственно веса a , b и c . Какое из следующих соотношений обязательно выполняется для этих чисел?
1) $a \geq c$; 2) $a = b$; 3) $b \leq c$; 4) $b = c$.
 19. Построить предфрактальный граф G_L , порожденный затравкой $K_{1,3}$.
 20. Определить количество вершин и ребер предфрактального графа G_L , порожденного двумя затравками с чередованием K_3 и K_4 . $G_1 = K_3$
 21. Построить предфрактальный граф G_L , порожденный затравкой P_3 .
 22. Определить количество вершин и ребер предфрактального графа G_L , порожденного двумя затравками с чередованием P_3 и P_4 . $G_1 = P_4$
 23. При каких условиях порождения будут равны диаметры предфрактальных графов G_L^1 , порожденного K_n и G_L^2 , порожденного множеством затравок $H = \{K_1, K_2, K_3\}$
 24. При каких условиях порождения будут равны диаметры предфрактальных графов G_L^1 , порожденного K_n и G_L^2 , порожденного множеством затравок $H = \{K_1, K_2, \dots, K_n\}$
 25. Знаковый граф называется -сбалансированным, если каждый цикл длины, не превосходящей k , положителен. Привести пример 3-сбалансированного знакового графа, который не является 4-сбалансированным.
 26. Знаковый граф называется локально сбалансированным в вершине u , если каждый содержащий u цикл положителен. Привести пример локально сбалансированного графа, который не является сбалансированным [глобально].

27. Изобразить знаковый граф, представляющий некоторую политическую ситуацию. Обсудить вопросы сбалансированности.
28. Изобразить знаковые графы, представляющие отношения симпатии (антипатии) в различных частях некоторого литературного произведения (достаточно высокого уровня). Обсудить вопросы баланса.
29. Сформулировать аналог теоремы Харари для орграфов.
30. В качестве меры сбалансированности орграфа наряду с величиной $b(G)$ можно использовать величину $b'(G) = \frac{p}{n}$, где p – число положительных элементов в графе G , n – число отрицательных циклов.
- исследовать свойства меры $b'(G)$;
 - показать, что меры $b(G)$ и $b'(G)$ по существу совпадают, т.е. $\forall G_1, G_2$

$$b(G_1) \geq b(G_2) \Leftrightarrow b'(G_1) \geq b'(G_2);$$
31. Предложить $\frac{1}{2}$ - приближенный алгоритм для решения следующей задачи. В ориентированном графе $G=(V, E)$ выбрать максимальное по мощности множество дуг, такое, что полученный подграф не содержит циклов. (Для произвольного множества вершин выбрать наибольшее из множеств, содержащее либо входящие, либо выходящие дуги. Какую схему можно использовать для верхней оценки оптимума?)
32. Разработать 2-приближенный алгоритм для задачи поиска максимального паросочетания минимального веса в неориентированном графе. (Использовать тот факт, что произвольное максимальное паросочетание не меньше половины максимального паросочетания.)
33. Рассмотрим следующий 2-приближенный алгоритм для задачи о вершинном покрытии наименьшей мощности. С помощью поиска в глубину построить в графе G дерево и выдать множество внутренних вершин S этого дерева. Показать, что S действительно является вершинным покрытием в G и $|S|$ меньше либо равно $2 \cdot \text{OPT}$. (Показать, что G имеет паросочетание мощности $|S|/2$).
34. Рассмотрим следующий жадный алгоритм для решения задачи о вершинном покрытии наименьшей мощности. На каждом шаге выбираем

вершину максимальной степени, добавляем её в покрытие и удаляем её и все смежные ей ребра. Продолжаем, пока не удалим все ребра. Доказать, что этот алгоритм для графа с n вершинами всегда выдает решение, стоимость которого не более чем в $\ln n$ раз больше оптимального. Построить пример, на котором решение, полученное жадным алгоритмом, в 100 раз хуже, чем оптимальное.

35. В задаче о максимальном разрезе задан граф $G=(V, E)$ и требуется разбить множество вершин графа V на два непересекающихся множества (две доли) V_1 и V_2 так, чтобы максимизировать число ребер, соединяющих вершины разных множеств.

- Выбрать произвольное разбиение множества вершин V .
- Если существует вершина v принадлежит V , такая, что число ее соседей в доле, которой она принадлежит больше, чем число её соседей в другой доле, то переместить эту вершину из одной доли в другую.
- Если таких вершин нет, то выдать полученное разбиение.

Докажите, что алгоритм остановится через конечное число шагов и решение, найденное алгоритмом, будет содержать по крайней мере половину всех ребер графа G .

Примерные задачи практических занятий

1. Построить граф общения (связей) группы в социальной сети. Найти основные структурные характеристики (радиус, диаметр, точки сочленения и мосты, реберная и вершинная связность, гистограмму степеней вершин) построенного графа. Для поиска характеристик графа допускается использование специализированного программного обеспечение. Визуализировать построенный граф.
2. Построить граф общения (связей) группы по спискам контактов мобильных телефонов. Найти основные структурные характеристики (радиус, диаметр, точки сочленения и мосты, реберная и вершинная связность, гистограмму

степеней вершин) построенного графа. Для поиска характеристик графа допускается использование специализированного программного обеспечения. Сравнить полученный граф с аналогичным графом, построенным в предыдущем задании.

3. Выбрать техническую электрическую систему, отличную от описанных в настоящем пособии и произвести ее аналитическое моделирование:
 - а) Произвести компонентное моделирование.
 - б) Построить граф связей для системы и описать физическую интерпретацию, связанную с системой.
 - в) Описать основные свойства, параметры и характеристики полученной модели
4. Выбрать техническую механическую систему, отличную от описанных в настоящем пособии и произвести ее аналитическое моделирование:
 - а) Произвести компонентное моделирование.
 - б) Построить граф связей для системы и описать физическую интерпретацию, связанную с системой.
 - в) Описать основные свойства, параметры и характеристики полученной модели
5. Выбрать техническую электромеханическую систему произвести ее аналитическое моделирование:
 - а) Произвести компонентное моделирование.
 - б) Построить граф связей для системы и описать физическую интерпретацию, связанную с системой.
 - в) Описать основные свойства, параметры и характеристики полученной модели
6. Описать “малый мир”, построить его модель и описать групповую динамику этой модели.
7. Описать телекоммуникационную сеть, построить модель этой сети и информационных потоков в ней. Предложить способы оптимизации трафика информационных потоков.

8. Описать социальную сеть. Построить ее модель. Построить стохастическую модель. Произвести анализ диад и триад в получившейся модели.
9. Найти карту пространства. Выделить на ней прямоугольный участок ($A \times B$) с более чем 20 (не более 35) явно выделенными объектами (зданиями) – целевую зону. Объекты должны занимать не менее 15% и не более 35% целевой зоны, A и B не должны отличаться более, чем в 2.5 раза. Построить покрытие зоны:
- а) 20 устройствами, радиус покрытия каждого из которых составляет $1/20 \max(A, B)$
 - б) 20 устройствами, радиус покрытия каждого из которых составляет $1/20 \min(A, B)$. При невозможности сделать это обосновать невозможность.
 - в) 10 устройствами, радиус покрытия каждого из которых составляет $1/20 \max(A, B)$. При невозможности сделать это обосновать невозможность.
 - г) 10 устройствами, радиус покрытия каждого из которых составляет $1/20 \min(A, B)$. При невозможности сделать это обосновать невозможность.
10. Найти карту пространства. Выделить на ней прямоугольный участок ($A \times B$) с более чем 20 объектами (зданиями) – целевую зону. Объекты должны занимать не менее 15% и не более 35% целевой зоны, A и B не должны отличаться более, чем в 2.5 раза. Построить решение задачи покрытия пространства, при невозможности сделать это обосновать невозможность и построить решение задачи патрулирования пространства:
- а) 15 устройствами, радиус покрытия каждого из которых составляет $1/20 \max(A, B)$
 - б) 15 устройствами, радиус покрытия каждого из которых составляет $1/20 \min(A, B)$
 - в) 10 устройствами, радиус покрытия каждого из которых составляет $1/20 \max(A, B)$

- г) 10 устройствами, радиус покрытия каждого из которых составляет $1/20 \min (A, B)$
- д) 5 устройствами, радиус покрытия каждого из которых составляет $1/20 \max (A, B)$
- е) 5 устройствами, радиус покрытия каждого из которых составляет $1/20 \min (A, B)$
- ж) 2 устройствами, радиус покрытия каждого из которых составляет $1/20 \max (A, B)$
- з) 2 устройствами, радиус покрытия каждого из которых составляет $1/20 \min (A, B)$

Критерии балльной оценки различных форм текущего контроля успеваемости содержатся в соответствующих методических рекомендациях Кафедры искусственного интеллекта Факультета информационных технологий и анализа больших данных.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения в процессе освоения образовательной программы содержится в разделе 2. **«Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине».**

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, умений и знаний

Наименование компетенции	Наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания

ПКП-2 Способность выполнять анализ качества данных, выявлять и корректировать отклонения в данных и выполнять визуализацию данных	1. Демонстрирует знание методов анализа качества данных для различных типов значений.	Знать модели сложных сетевых систем большой размерности Уметь использовать классические и современные характеристики больших графов при анализе сетевых моделей и решении прикладных задач на больших динамических графах	Сгенерировать датасет из графов с оптимальными остовами деревьями. Провести обучение модели машинного обучения для построения оптимальных остовных деревьев на производном графе
	2. Владеет методами нормализации данных, в том числе работы с пропусками и выбросами.	Знать модели и методы машинного и глубокого обучения в приложении к решению задач на больших графах Уметь использовать технологические возможности современного прикладного программного обеспечения при анализе и исследованиях сетевых систем большой размерности	Сгенерировать датасет из траекторий динамических графов с оптимальными остовами деревьями. Провести обучение модели машинного обучения для построения оптимальных остовных деревьев на каждом графе из траектории произвольного динамического графе
	3. Владеет современным инструментарием и практическими навыками визуализации данных.	Знать основные библиотеки подходы по визуализации графов большой размерности Уметь демонстрировать применение основных библиотек по визуализации графов большой размерности при визуализации решений оптимизационных задач	Визуализировать остовные деревья минимального веса на некоторых графах из траектории динамического графа. При визуализации стремиться к минимизации пересечения ребер графа вне его вершин

Примеры практико-ориентированных (ситуационных) заданий

Задание 1. Найти основные характеристики графа (эксцентриситеты вершин, степени вершин, матрица смежности, числа вершинной и реберной связности, радиус, диаметр и диаметральную цепь, плотность и неплотность, хроматическое число) по данным, приведённым в таблице для модели графа,

представленного рисунком. В случае несвязного графа характеристики следует найти для большей компоненты. Найти три неизоморфных остовных дерева графа В случае несвязного графа остовные деревья следует найти для большей компоненты

Задание 2. Рассмотрим фиксированное число k принадлежит N . Покажите, что по заданному экземпляру (G, N, c, b) (ориентированной или неориентированной) задачи о многопродуктовом потоке,

(а) содержащему не более k терминалов;

(б) в котором N имеет вершинное покрытие размера k , можно выяснить за полиномиальное время, выполняются ли разрезные условия.

Задание 3. Опишите приближенную схему для задачи о конкурентных потоках, используя приближенную схему для задачи о многопродуктовом потоке в качестве подпрограммы.

Задание 4. Построить (нарисовать) неориентированный связный граф $G = (V, E)$, $|V| = 16$, $|E| = 32$. Перенумеруйте вершины и ребра графа G . Сформулировать минимально возможную последовательность простых операций над графом G таких, что для полученной в результате этих операций последовательности связных графов G_1, G_2, G_3 верно

$$r(G) = r(G_1) - 1 = r(G_2) - 2 = r(G_3) - 3.$$

Задание 5. Сформулировать минимально возможную последовательность простых операций над графом G таких, что для полученной в результате этих операций последовательности связных графов G_1^*, G_2^*, G_3^* верно

$$d(G) = d(G_1^*) + 1 = d(G_2^*) + 2 = d(G_3^*) + 3.$$

Задание 6. Провести расчет алгоритма Дейкстры для заданного графическим способом графа в среде MS Excel.

Задание 7. Провести расчет алгоритма Дейкстры для заданного графическим способом графа в среде Python.

Задание 8. Провести визуализацию графа размерности $n=100$ в среде R.

Примерные вопросы для подготовки к зачету

1. Основные определения и обозначения, связанные с графами, орграфами и мультиграфами. Способы задания графов. Матрицы смежности и инцидентности, их свойства.
2. Леса и деревья. Эквивалентные определения дерева. Корневые и остовные деревья. Алгоритмы Прима и Краскала нахождения минимального остова.
3. Бинарные деревья. Хранение и поиск информации в бинарных деревьях. Добавление и удаление элементов. Деревья, сбалансированные по высоте (AVL-деревья) и по весу
4. Поиск по графу в ширину и глубину. Свойства дерева поиска. Связь поиска в ширину с кратчайшими цепями графа.
5. Структурные характеристики графов. Точки сочленения, мосты и блоки графа. Вершинная и реберная k -связность. Взаимное расположение двух блоков в графе. Дерево блоков и точек сочленения. Алгоритм поиска блоков.
6. Кратчайшие пути во взвешенных орграфах. Алгоритмы Дейкстры и Флойда-Уоршелла. Сети и потоки в сетях. Задача о максимальном потоке. Остаточные сети, дополняющие пути и разрезы. Теорема и обобщенный алгоритм Форда-Фалкерсона. Анализ работы алгоритма в случае целых и рациональных пропускных способностей. Метод кратчайших путей.
7. Визуализация графов. Плоские и планарные графы. Нормальные карты и эйлеровы многогранники. Формула Эйлера и ее следствия. Критерий планарности Понтрягина-Куратовского. Алгоритм укладки графа на плоскости. Понятие геометрически двойственного графа.
8. Многокритериальные задачи дискретной оптимизации. Задачи о покрытиях. Графический метод решения двухкритериальной задачи на графах.
9. Труднорешаемые задачи на графах. Классы P, NP, NPC. Связь между задачами “Клика” и “Выполнимость”. Некоторые NP-полные задачи на

графах (“Изоморфный подграф”, “Независимость”, “Вершинное покрытие”, “Гамильтонов цикл”, “3-раскрашиваемость” и другие).

10. Динамические графы и графы большой размерности. Понятие динамического графа и его характеристики.
11. Применение знаковых и функциональных графов для проведения сценарного анализа развития сетевых систем.
12. Применение динамических графов и графов большой размерности для моделирования и анализа сетевых систем. Сетевые модели инфраструктурных проектов. Сетевые модели сложных технических систем. Сетевые модели банковского взаимодействия и фондового рынка. Алгоритмы и технологии анализа криптовалютных платежных систем. Моделирование социальных сетей и сетей взаимодействия. Моделирование транспортно-логистических систем.
13. Современные технологии и специальное программное обеспечение для анализа сетевых систем.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Нормативно-правовые акты:

1. Гражданский Кодекс Российской Федерации (часть четвертая) № 30 ФЗ от 18.12.2006 г. (в редакции последующих законов).
2. Закон Российской Федерации «О государственной тайне» № 5485–1 от 21.07.1993 г. (в редакции последующих законов).
3. Федеральный Закон Российской Федерации «О коммерческой тайне» № 98-ФЗ от 29.07.2004 г. (в редакции последующих законов).
4. Федеральный Закон Российской Федерации «Об информации, информационных технологиях и о защите информации» № 149-ФЗ от 27.07.2006 г.

Основная литература:

5. Кочкаров, А. А. Теория графов и классические задачи прикладной математики в экономике: учебное пособие / А. А. Кочкаров, Д. В. Яцкин; Финуниверситет. – Москва: Кнорус, 2020. – 248 с. – Текст: непосредственный. – То же. – 2021. – ЭБС BOOK.ru. – URL: <https://book.ru/book/940478> (дата обращения: 22.01.2025). – Текст: электронный.
6. Асанов, М. О. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы: учебное пособие для вузов / М. О. Асанов, В. А. Баранский, В. В. Расин. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2024. — 364 с. – ЭБС Лань. — URL: <https://e.lanbook.com/book/407519> (дата обращения: 22.01.2025). — Текст: электронный.

Дополнительная литература:

7. Шарков, Ф. И. Интерактивные электронные коммуникации (возникновение “Четвертой волны”) / Ф. И. Шарков. – Москва: Дашков и К, 2017. - 260 с. - ЭБС ZNANIUM. – URL: <http://znanium.com/catalog/product/415250> (дата обращения: 22.01.2025). – Текст: электронный.
8. Маккинни, У. Python и анализ данных / У. Маккинни. – Москва: ДМК-Пресс, 2015. - 482 с. – Текст: непосредственный.
9. Зададаев, С. А. Математика на языке R: учебник / С. А. Зададаев; Финуниверситет. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва: Прометей, 2024. — 346 с. - Текст: непосредственный. - То же. - ЭБС Лань. - URL: <https://e.lanbook.com/book/445976> (дата обращения: 22.01.2025). - Текст: электронный.
10. Соловьев, В. И. Анализ данных в экономике. Теория вероятностей, прикладная статистика, обработка и анализ данных в Microsoft Excel: учебник / В. И. Соловьев. — Москва: КноРус, 2025. — 497 с. — ЭБС BOOK.ru. — URL: <https://book.ru/book/955517> (дата обращения: 22.01.2025). — Текст: электронный.

11. Экспериментальная теория графов и алгоритмы анализа сетевых моделей: учебное пособие / А. А. Кочкаров, С. В. Макрушин, В. Е. Каменчук, Н. В. Блохин. – Москва: КНОРУС, 2024. – 162 с. — URL: <https://book.ru/book/951734> (дата обращения: 22.01.2025). – Текст: электронный.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения литературы

1. Базовый электронный учебный курс «Технологии и алгоритмы анализа сетевых моделей» <https://campus.fa.ru/course/view.php?id=10991>
2. PyLru 1.2.1 [Электронный ресурс]: сайт. – Режим доступа: <https://pypi.python.org/pypi/pylru>
3. Python Documentation [Электронный ресурс]: сайт. – Режим доступа: <http://python.org/doc/>
4. Python Standard Library [Электронный ресурс]: сайт. – Режим доступа: <https://docs.python.org/2/library/>
5. Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ) <http://elib.fa.ru/>
6. Электронно-библиотечная система BOOK.RU <http://www.book.ru>
7. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека ОНЛАЙН» <http://biblioclub.ru/>
8. Электронно-библиотечная система Znanium <http://www.znaniyum.com>
9. Электронно-библиотечная система издательства «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
10. Электронно-библиотечная система издательства Проспект <http://ebs.prospekt.org/books>
11. Электронно-библиотечная система издательства Лань <https://e.lanbook.com/>
12. Деловая онлайн-библиотека Alpina Digital <http://lib.alpinadigital.ru/>
13. Электронная библиотека Издательского дома «Гребенников» <https://grebennikon.ru/>

14. Математические журналы: полнотекстовая коллекция Математического института им. В.А. Стеклова РАН <https://www.mathnet.ru/>
15. Научная электронная библиотека eLibrary.ru <http://elibrary.ru>
16. Национальная электронная библиотека <http://нэб.рф/>
17. Ресурсы информационно-аналитического агентства по финансовым рынкам Cbonds.ru <https://cbonds.ru/>
18. СПАРК <https://spark-interfax.ru/>
19. CNKI. Academic Reference <https://ar.oversea.cnki.net/>
20. Электронные продукты издательства Elsevier <http://www.sciencedirect.com>
21. Emerald: Management eJournal Portfolio <https://www.emerald.com/insight/>
22. Реферативная база данных по математике MathSciNET <https://mathscinet.ams.org/mathscinet/>
23. Коллекция научных журналов Oxford University Press <https://academic.oup.com/journals/>
24. Электронные коллекции книг и журналов издательства Springer: <http://link.springer.com/>
25. Платформа STATISTA <https://www.statista.com/>
26. База данных научных журналов издательства Wiley <https://onlinelibrary.wiley.com/>
27. Онлайн-курс «Графы и алгоритмы» <https://intuit.ru/studies/courses/101/101/info>
28. Онлайн-курс «Графы и их применение» <https://intuit.ru/studies/courses/58/58/info>
29. Онлайн-курс «Основы теории графов» <https://stepik.org/course/126/promo>

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

1. При изучении теоретического материала необходимо опираться на рабочую программу дисциплины и литературу из основного списка. Кроме этого материала, необходимо активно работать с Интернет-источниками и

пособиями других авторов, помогающими усвоить материал отдельных разделов программы.

2. Практические занятия проводятся по следующей схеме:

Студенты в индивидуальном режиме выполняют задания в компьютерном классе. Существуют две основные формы заданий. В первом случае всем студентам предлагаются одинаковые исходные данные. После выполнения заданий устраивается обсуждение результатов в форме тематической дискуссии. Во втором случае каждому из студентов предлагается индивидуальное задание. В этом случае после выполнения задания организуется работа в группах: каждый из студентов анализирует и критически оценивает или же интерпретирует результаты одного или нескольких членов группы.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем

11.1. Комплект лицензионного программного обеспечения:

1. Windows, Microsoft Office
2. Антивирус Kaspersky

11.2. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Информационно-правовая система «Гарант»
2. Информационно-правовая система «Консультант Плюс»
3. Электронная энциклопедия: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Wiki>
4. Система комплексного раскрытия информации «СКРИН»

<http://www.skrin.ru/>

11.3. Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации: - не используются

11.4. ПО для программирования Python

11.5. ПО для программирования на R

11.6. Браузер Google Chrome.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для проведения лекций и практических занятий необходима аудитория, оснащенная проектором и компьютерами с постоянным подключением к сети Интернет.

Для проведения практических и семинарских занятий требуется компьютерный класс с ЭВМ, подключенными к сети Интернет.